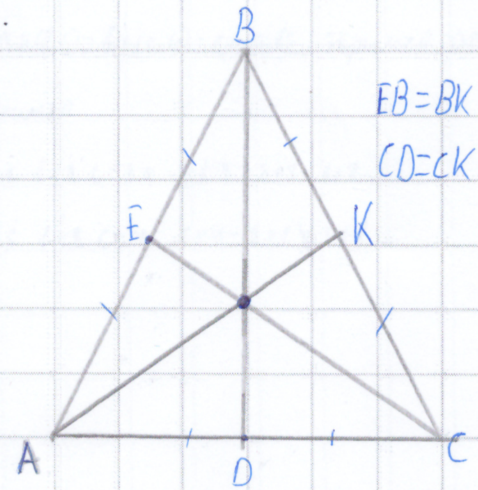


EB=BK EC-биссектрисса
CD=CK BD-биссектрисса

знач.
ΔABC-равносторонний
AB=AC

Ответ: AB=AC

$a+(b,c)=b+(c,a)=c+(a,b)$ пример решается если только $a=b=c$.

пример

$a=8$ $b=8$ $c=8$ $8+8=8+8=8+8$.

$a=5$ $b=8$ $c=4$ $5+4=8+1 \neq 4+1$

Қатысушының шешімдерін толтыруға арналған өріс / Поле для заполнения решений участника

четное нечетное

$a_i + a_j = 1011$

нечет и чет.

$a_i \cdot a_j = 505$

нечет нечет

$a_i - a_j = 1011$

АКМ АКМ

2-016-mat10-001

Шифрды ұйымдастырушы толтырады
Шифр заполняется организатором

Балл

Парақ / Страница № 4

Қатысушының шешімдерін толтыруға арналған өріс / Поле для заполнения решений участника

$a^2 + 141ab + 5476b^2 \geq 5a + 1364b - 512$ a = любое действител. b = любое действительное

Пример: $a=1$, $b=2$: $1^2 + 141 \cdot 2 + 5476 \cdot 4 \geq 5 \cdot 1 + 1364 \cdot 2 - 512$

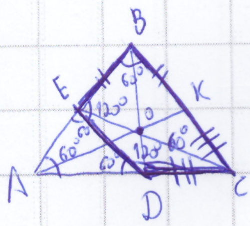
$22186 \geq 2221$

Ответ: равенство верно

Парақтың артқы жағын толтырмаңыз / Обратную сторону листа не заполнять

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОҚУ-АҒАРТУ МИНИСТРЛІГІНІҢ
"ДАРЫН" РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ"
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӘСІПОРНЫ

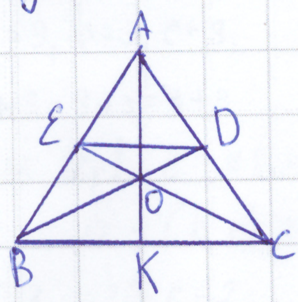
№1



Если $ED \parallel BC$, то $\angle D = 60^\circ$ ($\angle EDA = 60^\circ$)

$\angle D = \angle C$ $\qquad \angle EDC = 120^\circ$.

Задача №1



Дано: треугольник ABC; AK-биссектриса; $E \neq A$; $D \neq A$; $EB=BK$, $CD=CK$.

Что нужно док-ть: что если точка пересечения диагоналей четырёхугольника $EBCD$ лежит на прямой AK, то $AB=AC$.

Доказательство

Если $AB=AC$, то ΔABC - равнобедренный. В равнобедренном треугольнике медиана и биссектриса это один и тот же отрезок, который делит основание BC пополам. Следовательно $BK=KC$. Тогда получается что $EB=BK$, $CD=CK$ можно также расписать как $EB=BK=CD=CK$, то есть они все равны. Четырехугольник является равнобедренным, так как $EB=DC$. Биссектриса - медиана AK, опущенная на этот четырехугольник, также делит его пополам, то есть находится в центре. Точка пересечения диагоналей равнобедренного четырехугольника находится в точке O и находится на одинаковом расстоянии от всех его сторон. Так как биссектриса AK делит четырехугольник $EBCD$ пополам, находясь в центре, и вместе с этим точка пересечения диагоналей этого четырехугольника находится в центре, то можно сделать вывод, что эта точка O лежит на прямой AK, и следовательно $AB=CA$, что и требовалось доказать.

Задача №2

$a=3, b=3, c=3.$

$3+3=3+3=3+3.$

Если a, b, c являются одним натуральным числом, то выражение „ $a+(b,c)=b+(c,a)=c+(a,b)$ является верным

$a=2, b=2, c=2$

$2+2=2+2=2+2.$

Также если одночлен одчи будет равен 1, а остальные два другим рандомным числам, то выражение опять будет являться верным.

$a=5, b=1, c=7$ X $a=2, b=1, c=3$

$5+1, 1+5, 7+1.$ $2+1, 1+2, 3+1.$

Или же если один одночлен будет равен 1, а остальные два одному и тому же числу, то снова все будет верно.

$a=9, b=1, c=9$

$9+1=1+9=9+1.$

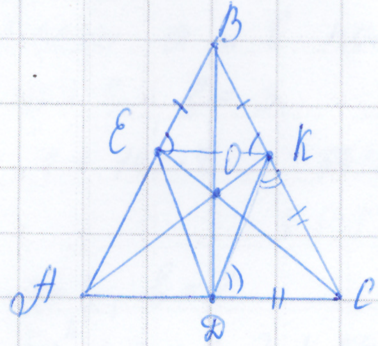
Так как нечетные числа чередуются с четными, то значит, что каждое 2 число нечетное. Узнаем количество нечетных чисел: 2022/2 = 1011. Наибольшие нечетные числа – 2019 и 2021. Выписываем числа $a_i + a_j$, $a_i a_j$ и $|a_i - a_j|$, притом, что $a_{2019} < a_{2021}$. $2019+2021$, $2019 \cdot 2021$, $|2019-2021|$, мы получаем 4040, 4080399 и 2. Наибольшее значение – 4080399.
Это была 3 задача.

Задача №4.

$a^2 + 142ab + 5476b^2 \geq 5a + 1364b - 512$

Сравним выражения. a^2 не имеет такого же себе подобного во 2 части. Можно предположить, что $5476b^2$ и $1364b$ похожи, но т.к $5476 > 1364$ и $b^2 > b$, то $5476b^2$ в любом случае будет больше. $142ab$ и $5a$. $142 > 5$ и $ab > a$, поэтому $142ab > 5a$. Так как 2 выражения в первой части больше, то делаем вывод, что для любых действ. a, b справедливо это неравенство.

Задание 1



Дано: △ABC - треугольник
AK - биссектриса
E ≠ A и D ≠ A
EB = BK
CD = CK
Доказать: AB = AC

Доказательства: если AK - биссектриса значит она поделила угол A на два равных угла. AK ⊥ BC. Значит, △AKB является прямоугольным. CE ⊥ AB. EK - средняя линия △ABC т.к. EK ∥ основанию AC. ∠E = ∠K т.к. △EBK - равнобедренный и углы при основании равны. Следовательно, △KDC тоже равнобедренный, ∠K = ∠D. Значит диагонали четырёхугольника

EBCD пересекаются в точке O, а точка O принадлежит прямой AK. Тогда △ABC - равнобедренный и AB = AC

Ответ: △ABC - равнобедренный.

Задание 2

Решение: методом подбора найду натуральные a, b, c, которые удовлетворяют выражение: a + (b,c) = b + (c,a) = c + (a,b)

Первая пара чисел: a = 0; b = 1; c = 1 т.к. 0 + (1,1) = 1 + (1,0) = 1 + (0,1) => 1,1 = и так далее. Вторая пара чисел это: 3,0,0. Важно подставлять положительные числа т.к. все натуральные числа не могут быть отрицательными. Ответ: 1, 3, 0

Задание 4. Решение:

$a^2+141ab+5476b^2 \geq 5a+1364b-512$

1) если a и b положительные числа:

$a=2, b=3$

$4+141\cdot 2\cdot 3+5476\cdot 3^2 \geq 5\cdot 2+1364\cdot 3-512$

$50134 \geq 3590$

$a=3, b=2$

$3^2+141\cdot 3\cdot 2+5476\cdot 2^2 \geq 5\cdot 3+1364\cdot 2-512$

$22759 \geq 2231$

Это доказывает, что все положительные числа (неважно $a>b$ или $b<a$) удовлетворяют неравенство

2) если a и b отрицательные числа:

$a=-1, b=-2$

$(-1)^2+141\cdot(-1)\cdot(-2)+5476\cdot(-2)^2 \geq 5\cdot(-1)+1364\cdot(-2)-512$

$22187 \geq -3245$

если: $A=-2$, $b=-1 \Rightarrow a=-2$ и $b=-1$

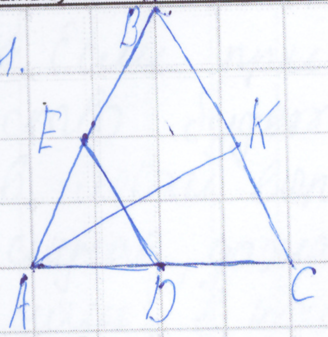
$(-2)^2+141\cdot(-2)\cdot(-1)+5476\cdot(-1)^2 \geq 5\cdot(-2)+1364\cdot(-1)-512$

$5762 \geq -1886$

Таким образом, неравенство $a^2+141ab+5476b^2 \geq 5a+1364b-512$ справедливо для любых действительных a, b

Ответ: a, b являются числа от $(-\infty; +\infty)$

1.



Дано: $\triangle ABC$, $EB=BK$, $CD=CK$
Док-ть: $AB=AC$
Док-во: т.к. AK это биссектр. и она входит на пр BC ⇒ трапеция EBCD входит на прямую AK, т.к. $BE=BK$ и $CD=CK$, то из этого можно понять, что трап. EBCD является равнобокой из этого можно понять, что $AE=ED$ и $AD=DC$ ⇒ $AB=AC$ из-за трапеции EBCD, которая была равнобокой.

2. $a+(b,c)=b+(a,c)=c+(b,c)$
Если мы будем подбирать числа, то придем к выводу, что могут подходить одинаковые числа такие как $a=1$ $b=1$ $c=1$ и так далее, если мы дальше будем подбирать, то у нас не получается числа.

3. При умножении, сложении и вычитании, во многих случаях будет выходить четное число, если мы будем складывать и вычитать четное с нечетными числами, то в ответе будет нечетное число, если мы будем умножать, то у нас случай с нечетным будет меньше, так как умножение должно происходить только с нечетными числами. По моему мнению, самое наибольшее значение будет с выражением 2019 и 2021.

АКМ АКМ 2-016-mat10-005 Шифрды ұйымдастырушы толтырады
Шифр заполняется организатором
Балл

Қатысушының шешімдерін толтыруға арналған өріс / Поле для заполнения решений участника
Парақ / Страница № 2

4. Если при любом выборе чисел a, b неравенство будет верным, так как уже мы видим в левой выражении квадраты, которые в любом случае, даже если число будет отрицательным, в конечном случае будет число положительным, из этого мы понимаем, что любое выбранное число a, b будет являться правильным решением для этого неравенство.

Фамилия Имя ....

Сынып / Класс: 10

2-016-mat10-006

АКМ АКМ

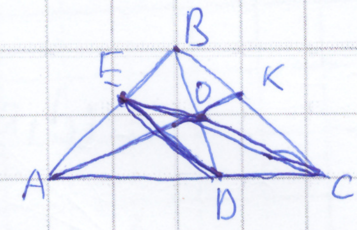
Шифрды ұйымдастырушы толтырады
Шифр заполняется организатором

Балл

Қатысушының шешімдерін толтыруға арналған өріс / Поле для заполнения решений участника

Парақ / Страница № 1

1)



если $AB = AC$ то $\triangle ABC$ - ровнобед. $\Rightarrow$ $BK = KC$ т.к. в ровнобед. $\triangle$ биис = мед. = выс.

по усл. з. $AB = AC$ если EC и DB пересек. на лин AK $\Rightarrow$ EC или BD медиана $\Rightarrow$ по теореме медиана делит биссек-трису в соот 2:1, а по сл. $BK = KC = EB = DC$ $\triangle ABC$ - -ровностор.

Парақтың артқы жағын толтырмаңыз / Обратную сторону листа не заполнять

2) $a+(b,c)=b(c,a)=c+(a,b)$

3) $a_1, a_2 \ldots a_{2022}$

a_i $(a_1; a_3; a_5 \ldots)$ – неч.

a_j $(a_2; a_4; \ldots a_{2022})$ – четн.

$i < j$

$a_i + a_j = a_i$

$a_1 + a_{2022} = a_i$

$a_2 + a_{2021} = a_i$

$\ldots$

$S_{a_i + a_j} = 1011$

$a_i \cdot a_j = a_i$

$a_1 \cdot a_3 = a_i$

$a_5 \cdot a_7 = a_i$

$\ldots$

$S_{a_i a_j} = 1011$

$|a_i - a_j| = a_i$

$|a_1 - a_2| = a_i$

$|a_3 - a_4| = a_i$

$\ldots$

$S_{|a_i - a_j|} = 1011$

4)

$$a^2+141ab+5476b^2 \geq 5a+1364b-512$$

$$a^2+141ab+5476b^2-5a-1364b+512 \geq 0$$

$$a(a-5+1476)+4b(1369b-273) \geq 0$$

N1. Бер: $\triangle ABC$

AK бисс.

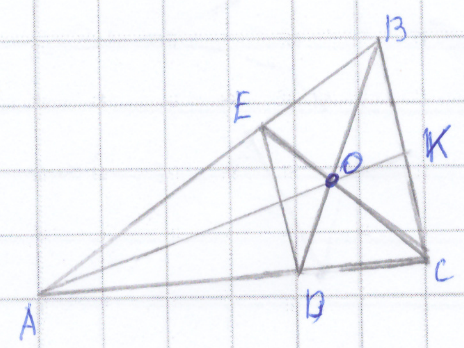
$AB \subset E$ $\quad D \subset AC$

$D \subset AC$

$A \neq E$ $\quad A \neq D$

$EB = BK$ $\quad CD = CK$

EBCD төртб. диаг. с AK



д/к: $AB = AC$

Ш: Егер $A \neq E$, $A \neq D$, $\Rightarrow$

$EB = BK$, $CD = CK$ $\Rightarrow AB = AC$

Егер қиылуы теңбүйірлі болса және, қиылысу нүктесі AK бисс. түзуінің бойында жатады.

N2. $a + (b, c) = b + (a, c) = c + (a, b)$

$a + bc = b + ac = c + ab$

$$\begin{cases} a + bc \\ b + ac \\ c + ab \end{cases}$$

$abc + a^2 b^2 c^2$

N3. $a_1, a_2, \dots, a_{2022}$ $\qquad a_i, a_j, (i < j)$

$a_i + a_j, \ a_i a_j, \ |a_i - a_j|$

$a_1 + a_2 \quad a_2 + a_3$

$$\begin{cases} a_1 + a_2 \\ a_1 a_2 \\ |a_1 - a_2| \end{cases}$$

$a_1 a_2 \quad a_2 a_3$

$|a_1 - a_2| \quad |a_2 - a_3|$

AKM AKM

2-016-mat10-007

Шифрды ұйымдастырушы толтырады
Шифр заполняется организатором

Балл

Қатысушының шешімдерін толтыруға арналған өріс / Поле для заполнения решений участника

Парақ / Страница № 2

№4. $a^2+141ab+5476b^2 \geq 5a+1364b-512$

$a^2+141ab+5476b^2-5a-1364b-512 \geq 0$

Парақтың артқы жағын толтырмаңыз / Обратную сторону листа не заполнять

Қатысушының шешімдерін толтыруға арналған өріс / Поле для заполнения решений участника

№4.

$$a^2 + 141ab + 5476b^2 \geq 5a + 1364b - 512$$

Делік: $a = 2$ $b = \frac{1}{2}$ бір болсын (яғни нақты сандардан алынған сан).

Орнына қойып тексереміз:

$$2^2 + 141 \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} + 5476\left(\frac{1}{2}\right)^2 \geq 5 \cdot 2 + 1346 \cdot \frac{1}{2} - 512$$

$$4 + 141 + 5476 \cdot \frac{1}{4} \geq 10 + 673 - 512$$

$$4 + 141 + 1369 \geq 683 - 512$$

$$1514 \geq 171$$

Теңсіздік орындалды, себебі 2 де $\frac{1}{2}$ сандары нақты сандар жиынына кіреді. Және де берілгені бойынша біз нақты сандар жиынынан кез келген сандарды алуға болатындығын білеміз. Яғни теңсіздік ақиқат болу үшін толық қарастырылды.

№2

$$a + (b, c) = b + (c, a) = c + (a, b)$$

$$a + bc = b + c^2 - c + (ba)$$

$$a + bc = b + c^2 - c + ba$$

$$a - ba = b + c^2 - c - bc$$

$$(1 - b)a = b + c^2 - c - bc$$

$$a = \frac{b^2 + c^2 - c - bc}{1 - b}, \quad 1 - b \neq 0$$

$$b = \frac{c^2 - c - a}{c - 1 - a}, \quad c \neq 1 + a$$

$$a = \frac{b + c^2 - c - bc}{1 - b}$$

Біріншi біз $a+(b,c)=b+(c,a)=c+(a,b)$ ны түрлендіріп a ның, b ның, c ның мәндерін табамыз.

АКМ АКМ

2-016-mat10-008 Шифрды ұйымдастырушы толтырады / Шифр заполняется организатором

Балл

Парақ / Страница № 2

Қатысушының шешімдерін толтыруға арналған өріс / Поле для заполнения решений участника

№2 жалғасы

$$c = \frac{b+1+\sqrt{b^2-2b+1+4a-4ab}}{2}$$

$$c = \frac{b+1-\sqrt{b^2-2b+1+4a-4ab}}{2}$$

$a+(bc = b(c \cdot c) - c(a \cdot b)$

$a+bc = b + c^2 - c + ab$

$a + bc - b - c^2 + c - ab = 0$

$a+(b+1)c - b - c^2 - ab = 0$

$-c^2 + (b+1)c + a - b - ab = 0$

$c^2 - (b+1)c - a + b + ab = 0$

$a=1 \quad b = -(b+1) \quad c = -a+b+ab$

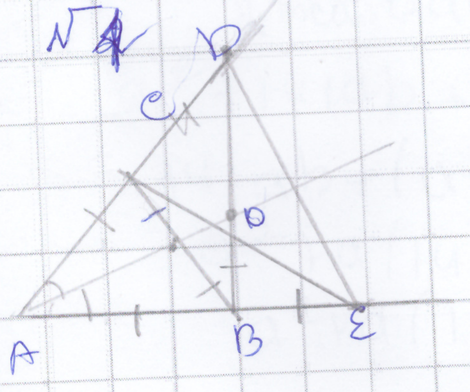
$$c = \frac{-(-(b+1)) \pm \sqrt{(-(b+1))^2 - 4 \cdot 1(-a+b+ab)}}{2 \cdot 1}$$

$$c = \frac{b+1 \pm \sqrt{(b+1)^2+4a-4b-4ab}}{2}$$

$$c = \frac{b+1 \pm \sqrt{b^2-2b+1+4a-4ab}}{2}$$

Қатысушының шешімдерін толтыруға арналған өріс / Поле для заполнения решений участника

№4



ΔABC $\quad E \in AB$

$D \in AC$ $\quad CK = CD$

$BE = BK$ $\quad BD \cap CE = O$

$AB = AC$

№3

Кез келген a_i, a_j $(i<j)$

$a_i + a_j$, $a_i a_j$, $|a_i - a_j|$ сандары алында

$a_{a_i+a_j} = a_{a_1} + d$ $\quad a_{a_1+a_j} = a_{a_1} + a_{a_1+a_j} - a_{a_1}$

$d = a_{a_1+a_j} - a_{a_1}$ $\quad a_{a_ij} = a_{a_ia_j} + a_{a_ia_j} - a_i$

Балл

2-016-mat10-008

Шифрды ұйымдастырушы толтырады
Шифр заполняется организатором

Қатысушының шешімдерін толтыруға арналған өріс / Поле для заполнения решений участника

Парақ / Страница №

№4 2 жағдай

$a^2+141ab+5476b^2 \geq 5a+1364b-512$

$141ab+(a-5)a+5476b^2+512>1346b$

$a^2+a(144b-5)+5476b^2+512>1364b$

$a^2+a(141b-5)+5476b^2-1364b\geq-512$

$a>-68$ $\quad a=-68$ $\quad b>1$

$a<-68$ $\quad a=-68$ $\quad b<1$

Парақтың артқы жағын толтырмаңыз / Обратную сторону листа не заполнять