Қатысушының шешімдерін толтыруға арналған өріс / Поле для заполнения решений участника

1. $a+(b,c) = b+(c;a) = c+(a,b)$ болатындай барлық натурал a, b, c табыңыз. Бұл жердегі $(x;y)$ – x және y сандарының ең үлкен ортақ бөлгіші.

Берілгені: $a+(b,c) = b+(c;a) = c+(a,b)$

Шешуі: Ең біріншіні a, b, c мән беремін.

$a=1$

$b=2$

$c=3$.

$a+(b,c) = b+(c,a) = c+(a,b) \Rightarrow 1+(\overset{x}{2};\overset{y}{3}) = 2+(\overset{x}{3};\overset{y}{1}) = 3+(\overset{x}{1};\overset{y}{2}) \Rightarrow 1+5 = 2+4 = 3+3$

$\Rightarrow 6 = 6 = 6$.

ЕҮОБ $=(2;3) = 2+3 = 5$

ЕҮОБ $=(3;1) = 3+1 = 4$.

ЕҮОБ $=(1;2) = 1+2 = 3$

Мен бұл есепте $a=1$

$b=2$

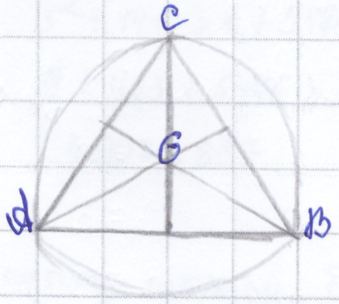
$c=3$ мәндер бердім. Және әр цифрды орындарына қойдым. Содан соң, ЕҮОБ$(x;y)$ таптым.

Әрбір мәнді (ЕҮОБ) орнына қойған кезде $6=6=6$ шықты.

Яғни берілген есеп теңесті.

2. ABC үшбұрышы берілген және G-центроид, медианалардың қиылысу нүктесі болсын. G нүктесіне BC қабырғасына қатысты симметриялы нүкте ABC үшбұрышына сырттай сызылған шеңбердің бойында жататыны белгілі $\frac{AG}{BC}$ қатынасын табыңыз.

Шешуі:



$\frac{AG}{BC} = \frac{2}{3}$ қатынасындай. Себебі, бұл жерде BC түзуі 3 есе ұзын. Ал AG түзуі BC түзуінен 2 есе қысқа. Сондықтан $\frac{AG}{BC} = \frac{2}{3}$ қатынасындай болады.

3. Кез келген нақты a, b сандары үшін келесі теңсіздікті дәлелдеңіз.

$$a^2+141ab+5476b^2 \geqslant 5a+1364b-512.$$

Шешуі: $a^2+141ab+5476b^2 \geqslant 5a+1364b-512$ $\quad a=1$

$3^2+141\cdot3\cdot1+5476\cdot1^2 \geqslant 5\cdot3+1364\cdot1-512$ $\quad b=3$

$9+423+5476 \geqslant 15+1364-512$

$5908 \geqslant 867$

Мен бұл есепті шығару барысында $a=1$; $b=3$ цифрларын алдым. Осы цифрларды орындарына қойып шығардым. Сонда $5908 \geqslant 867$ мәні шықты. Яғни теңсіздік дәлелденді.

4). 0; 1; ... 9 цифрларын қолданып (қайталануы мүмкін) әр қатардың және әр бағанның цифрларының қосындысы 5-ке тең болатындай 3х3 тақтасын қанша әдіспен толтырып шығуға болады?

Шешуі: қатар

баған

1	4	0
4	0	1
0	1	4

2	0	3
3	2	0
0	3	2

5	0	0
0	5	0
0	0	5

Бұл есепте біз 3х3 шаршысын толтыруым керек.
Маған 0; 1... 9 цифрлары берілген. 3х3 тақтасын толтыру кезінде әр қатардың және әр бағанның қосындысы 5-ке тең болу керек. Яғни бізге берілген 6; 7; 8; 9 цифрларын қолданбаймыз. Себебі, олар 5 цифрынан үлкен.
Сондықтан 0; 1; 2; 3; 4; 5 цифрларын аламыз. Сонда 3х3 тақтасын 3 әдіспен толтырамыз.

Қатысушының шешімдерін толтыруға арналған өріс / Поле для заполнения решений участника

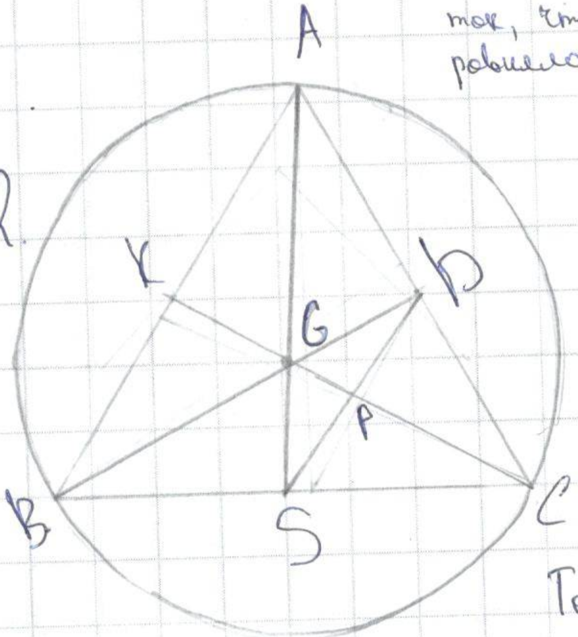
4

3	2	0
1	3	1
1	0	4

$C_{10}^{5} = \frac{10!}{5!5!} = \frac{6\cdot7\cdot8\cdot9\cdot10}{1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot5} = 7\cdot3\cdot2\cdot2\cdot3 = 252$

$\frac{252}{10} = 25$ способов заполнить цифрами от 0 до 9 так, чтобы в каждой строке и каждом столбце равнялось 5.

2



Дано △ABC; G - центроид медиан AS, ~~A~~BD, KC

Найти: $\frac{AG}{BC}$

Решения

Точка G является радиусом одной окружности, потому как этот △ описанный окружностью. Тогда AG = CG = BG, поэтому △ABC равносторонний т.к AG = AC △AGC равнобедренный т.к AG = AC △AGC равнобедренный по этому свойству.

△AGC = △BGC = △BAC. Т.к. данный треугольник равносторонний возьмем стороны за 1. BC = 1 AB = 1 AC = 1

AK = 0,5. Рассмотрим △AKC ∠A = 60°

$AC^2 = KC^2 + AK^2$ $KC^2 = AC^2 - AK^2$ $KC^2 = 1 - 0{,}25 = 0{,}75$

$KC = \sqrt{0{,}75} = 0{,}5\sqrt{3}$

Рассмотрим △CKDP ∠DCP = 30°, тогда $DP = \frac{1}{2}$ DC = 0,25

DS = 0,5 = SK = KD

Поэтому отношение $\frac{AG}{BC} = \frac{0{,}5}{1} = \frac{1}{2}$

Қатысушының шешімдерін толтыруға арналған өріс / Поле для заполнения решений участника

Парақ / Страница №

Задание №3

$a^2+141ab+5476b^2 \geq 5a+1364b-512$

$a^2+141ab+5476b^2-5a-1364b+512 \geq 0$

$a^2-5a+5476b^2-1364b+1410b+512 \geq 0$

$a(a-5)+b(5476b-1364)+141ab+512 \geq 0$

$a^2+141ab+5476b^2 \geq 0$

$a^2+2a\cdot 70{,}5b+5476b^2 \geq 0$

$(a(a+2))\cdot(70{,}5b(1+78b)) \geq 0$

Задание №1

$a+(b,c)=b+(c,a)=c+(a,b)$

$a=-(b,c)$ $b=-(c,a)$ $c=k-(a,b)$

(b,c) - делитель $(c$ и $a)$ - НОД (a,b) - НОД

b и c a и c a и b

AKM AKM

2-016-mat11-003

Шифрды ұйымдастырушы толтырады
Шифр заполняется организатором

Балл

Парақ / Страница № 1

Қатысушының шешімдерін толтыруға арналған өріс / Поле для заполнения решений участника

№1.

$a+(b,c)=b+(c,a)=c+(a,b)$

$a-b-c=(a,b)+(b,c)+(c,a)$

$1=b,c+c,a+a,b$

$1=b+c+a+c+a+b$

$1=2b+2c+2a$

$1=2(a+b+c)$

$\frac{1}{2}=(a+b+c)$

$a+b+c=\frac{1}{2}$

АКМ АКМ

2-016-mat11-003

Шифрды ұйымдастырушы толтырады
Шифр заполняется организатором

Балл

Парақ / Страница № 2

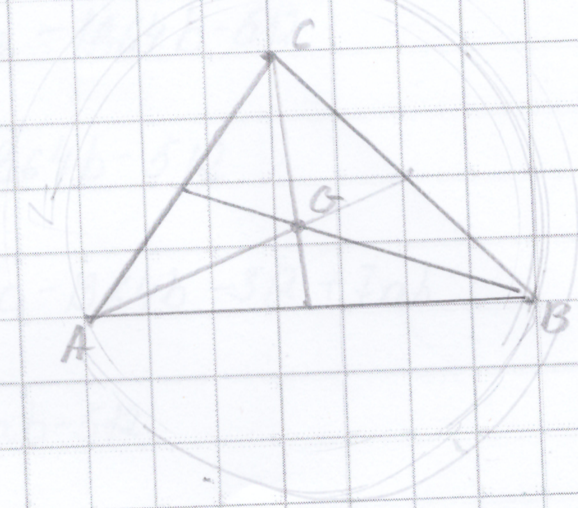
Қатысушының шешімдерін толтыруға арналған өріс / Поле для заполнения решений участника

Бер:

ΔABC

G - центроид

$\frac{AG}{BC}$ - ?



Шешуі: $AG = BG$ себебі медиана тең бөлікке бөліп тұр. $BC = 2AG$

$\frac{AG}{BC} \rightarrow \frac{AG}{2AG} = \frac{1}{2}$

Жауабы: $\frac{AG}{BC} = \frac{1}{2}$ қатынас

Парақтың артқы жағын толтырмаңыз / Обратную сторону листа не заполнять

АКМ АКМ

2-016-mat11-003

Шифрды ұйымдастырушы толтырады
Шифр заполняется организатором

Балл

Парақ / Страница № 3

Қатысушының шешімдерін толтыруға арналған өріс / Поле для заполнения решений участника

$a^2+141ab+5476b^2 \geq 5a-1364b-512$

$a^2+74^2b^2+141ab \geq 5a-1364b-512$

$a^2+141ab+7ab+74^2b^2 > 5a-1364b-512+7ab$

$(a+74b)^2 \geq 5a-1364b+7ab-512$

Парақтың артқы жағын толтырмаңыз / Обратную сторону листа не заполнять

C_n^k $n(0,1,2,3,4,5,6,7,8,9)=10$

$k=5$

$$C_n^k=\frac{n!}{(n-k)!\,k!}=\frac{10!}{(10-5)!\,5!}=\frac{10!}{5!\cdot 5!}$$

$$C_{10}^{5}=\frac{6\cdot 7\cdot 8\cdot 9\cdot 10}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5}=252$$

Жауабы: 252 әдіспен

$$C_{10}^{9}=\frac{10!}{(10-9)!\cdot 9!}=10$$

$$C_{10}^{5}-C_{10}^{9}=252-10=242$$

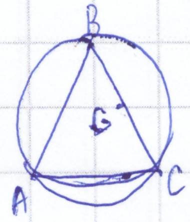
1) $a+(b,c)=b+(c,a)=c+(a,b)$

(x,y)

12,30,

$2+(3,4)=3+(4,2)=4+(2,3)$

2) ABC



G-центроид.

$\frac{AG}{BC}=BG=GC$

$AB=BC$

3) $a^2+141ab+5476b^2 \geqslant 5a+1364b-512$

$(a+b)^2=a^2+2ab-b^2$ – формуласы

а мен b орнына кез келген сан қою арқылы теңсіздік теңеседі.

4) 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

$0+5=5$ 3×3

$1+4=5$

$2+3=5$

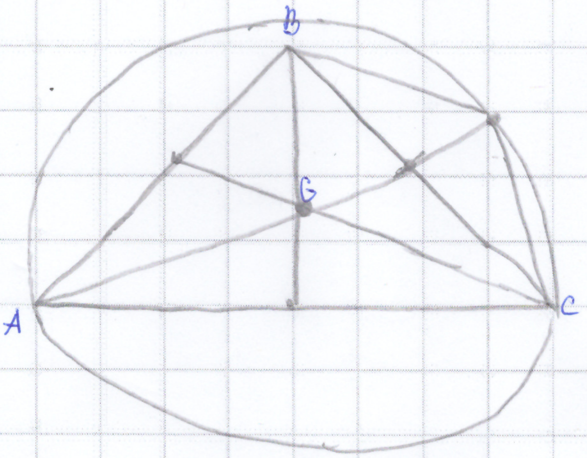
1. $a+(b,c)=b+(c,a)=c+(a,b)$

$a+(b,c)-b-(c,a)-c-(a,b)=0$

$a-b-c=0$

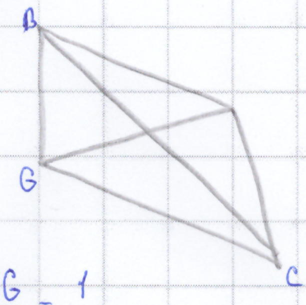
$\begin{cases} a-b=c \\ a=c+b \\ b=a-c \end{cases}$ $\quad a=2$, $b=1$, $c=1$

2.



$\frac{AG}{BC}=?$

$AG=GB=GC$



$\frac{AG}{BC}=\frac{1}{3}$

3. $a^2+141ab+5476b^2 \geq 5a+1364b-512$

$a^2+141ab+5476b^2 \geq 0$

$5a+1364b-512 \geq 0$

$5a+1364b \geq 512$

$5a \geq 512-1364b$

$a \geq 102{,}4-272{,}8b$

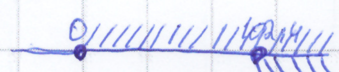
$\cancel{1364b}$ $\quad 5(102{,}4-272{,}8b)+1364b-512 \geq 0$

$\cancel{512}-\cancel{1364b}+\cancel{1364b}-\cancel{512} \geq 0$

$b \geq 0$

$a \geq 102{,}4-272{,}8\cdot 0=102{,}4$

$a \geq 102{,}4$



$[0;102{,}4] \cup [102{,}4;\infty)$

АКМ АКМ

2-016-mat11-005

Шифрды ұйымдастырушы толтырады
Шифр заполняется организатором

Балл

Қатысушының шешімдерін толтыруға арналған өріс / Поле для заполнения решений участника

Парақ / Страница № 2

4) 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

$$C_9^3 = \frac{9!}{3!(9!-3!)} = \frac{9!}{3!\,7!} = \frac{9\cdot 8\cdot \cancel{7\cdot 6\cdot 5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}}{3\cdot 2\cdot 1\cdot \cancel{7\cdot 6\cdot 5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}} = \frac{72}{6} = 12 \text{ әдіс}$$

Парақтың артқы жағын толтырмаңыз / Обратную сторону листа не заполнять

Задание 4.

~~способов~~.

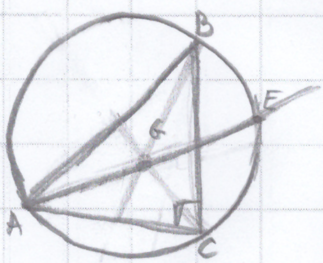
023	320	230	203	212	221	221	122	410	014	104	140	203	230
122	221	221	212	203	230	320	023	122	221	221	212	140	104
410	014	104	140	140	104	014	410	023	320	230	203	212	221

320	023	005	500	041	140	401	041	410	140	014	410	104	014	104	401
014	410	410	041	014	410	050	500	005	005	041	140	050	500	401	104
221	122	140	014	500	005	104	014	140	410	500	005	401	041	050	050

050	050	023	320	032	230	500	500	005	005
401	104	032	230	023	320	032	023	320	230
104	401	500	005	500	005	023	032	230	320

40 способов.

Задание 2.



Дано: ABC - вписанный треугольник

G - центроид

Найти: отношение $\frac{AC}{BC}$

Решение:

Зад № 4

$$C_{10}^{5} = \frac{10!}{5!\,5!} = \frac{6\cdot 7\cdot 8\cdot 9\cdot 10}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5} = 7\cdot 3\cdot 2\cdot 2\cdot 3 = 252$$

$\frac{252}{10} = 25,2 \Rightarrow 25$ способов заполнения таблицы, так что бы в каждой строке и столбце равнялось 5

Зад № 3

$a^2 + 141ab + 5476b^2 \geq 5a + 1364b - 512$

$a^2 + 141ab + 5476b^2 - 5a - 1364b + 512 \geq 0$

$a^2 - 5a + 5476b^2 - 1364b + 141ab + 512 \geq 0$

$a(a-5) + b(5476b - 1364) + 141ab + 512 \geq 0$

$a^2 + 141ab + 5476b^2 \geq 0$

$a^2 + 2a \cdot 70,5b + 5476b^2 \geq 0$

$(a(a+2)) \cdot (70,5b(1+78b)) \geq 0$

Зад № 1

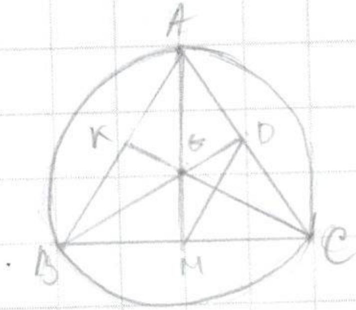
$a + (b,c) = b + (c,a) = c + (a,b)$

$a = -(b,c)$ $b = -(c,a)$ $c = -(a,b)$

(b,c) - делители b и c $(c$ и $a)$ - НОД a и c (a,b) - НОД a и b

Қатысушының шешімдерін толтыруға арналған өріс / Поле для заполнения решений участника

Зад №4



Дано: ΔABC ; G - центроид медиан AM, BD, KC

Найти: $\frac{AG}{BC}$

Решение : G - центр окружности и вписанного в него Δ.

№3

$a^2+141ab+5476b^2 \geq 5a+1364b-512$

$a=1 \quad 1^2+141\cdot 2+5476\cdot 4 \geq 5\cdot 1+1364\cdot 2-512$

$b=2 \quad 1+282+21904 \geq 5+2728-512$

$22186 \geq 2021$

a = любой действительный равенство верно.

b = любой действительный

№4

комбинаций использую цифр (0,2,3) мы получили 12 способов как в таблице 3×3 получить сумму цифр в каждой строке и каждом столбце чтобы она равнялась 5.

0	2	3
2	3	0
3	0	2

← например

2	3	0
0	2	3
3	0	2

3	2	0
2	0	3
0	3	2

0	2	3
3	0	2
2	3	0

и т.д.

используя цифры (0,1,4) мы получим 12 способов.

используя цифры (5,0,0) мы получим 6 способов.

используя цифры (1,3,1) мы получим 6 способов

используя цифры (2,2,1) мы получим 6 способов.

$12+12+6+6+6=42$ ~~способа~~

Всего есть 42 способа как в таблице 3×3 получить сумму цифр в каждой строке и каждом столбце чтобы она равнялась = 5.

Қатысушының шешімдерін толтыруға арналған өріс / Поле для заполнения решений участника

№1

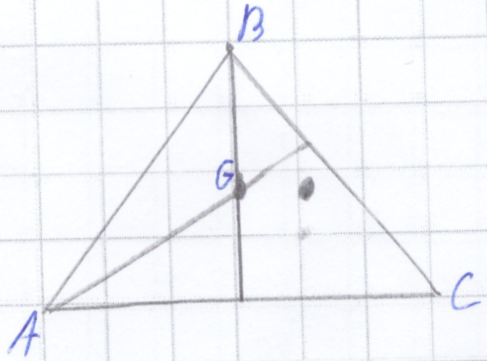
$a + (b, c) = b + (c, a) = c + (a, b)$

пример решаем только когда $a = b = c$

например: $\cancel{(2 + (2, 2))}$ $2+2 = 2+2 = 2+2$

$a = 2 \quad b = 2 \quad c = 2$

№2



$\frac{AG}{BC} - ?$